21-22年数字信号处理期末考试

一、填空题：（本大题17小题，每个空格1分，共30分）

1. 判断系统$T[x(n)]=2x(n)+3$是否是线性系统（），是否为移不变系统（），是否为因果系统（），是否为稳定系统（）。

   答案：非线性、移不变、因果、稳定

2. 已知一个因果序列$x(n)$的z变换为$X(z)=\frac{0.4+z^{-1}}{1-1.1z^{-1}+0.3z^{-2}}$，求序列$x(n)$的初值$x(0)$为（），终值$x(\infty)$为（）。

   答案：0.4，0

3. 一个实序列$x(n)$的傅里叶变换（DTFT）为$X(e^{j\omega})$，则$|X(e^{j\omega})|$为（）（偶对称/奇对称），$\arg[X(e^{j\omega})]$为（）（偶对称/奇对称）。

   答案：偶对称，奇对称

4. 一个线性移不变系统的单位采样响应满足$h(n)=h(N-1-n)$，N为偶数，采用窗函数设计法，可以设计（）（低通、高通、带通、带阻）类型的滤波器。

   答案：低通、带通

5. $x(n)=3^n u(n+1)$，则$X(z)=$（），收敛域为（）。

   答案：$\frac{1}{3}\times\frac{z^2}{z-3}$，$|z|>3$

6. 一个IIR数字滤波器，如果要灵活地调整该滤波器的某些极点，而不影响到其他极点和零点，可以采用（）（典范型/级联型/并联型）形式的结构？

   答案：级联型

7. 已知$x(n)=A\sin(\frac{1}{5}\pi n+\frac{\pi}{3})$，判断该序列是否是周期性的（），如果是周期性的，试确定其周期（）。

   答案：是，10

8. 设$x(n)=\{2,1,-1,-3;n=0,1,2,3\}$，$x_2(n)=x((n-2))_6R_6(n)=$（）。

   答案：$\{0,0,2,1,-1,-3;n=0,1,2,3,4,5\}$

9. 采用冲激响应不变法将模拟低通滤波器映射变换为数字低通滤波器，其映射关系为$z=e^{sT}$，其中T为抽样周期，则s平面的虚轴映射到z平面的（）。

   答案：单位圆

10. 设连续时间信号$x_a(t)$的最高频率为$f_h\mathrm{Hz}$，则对信号$x_a(2t)$，$x_a(t)*x_a(t)$进行采样能不失真恢复原信号的最小抽样频率分别为（）Hz和（）Hz。

    答案：$4f_h$，$2f_h$

11. 一个无限长序列$x(n)$的傅立叶变换$X(e^{j\omega})$是数字频率ω的（）。

    （A）连续的周期函数

    （B）离散的周期函数

    （C）连续的非周期函数

    （D）离散的非周期函数

    答案：B

12. 设有一谱分析用的信号处理器，抽样点数必须为2的整数次幂，要求频率分辨力$\leq 5\mathrm{Hz}$，信号最高频率为$10\mathrm{kHz}$，试确定最小记录长度为（）；抽样周期最大间隔为（）；在一个记录中的点数为（）。

    答案：$0.2\mathrm{s}$，$50\mu\mathrm{s}$，4096

13. 已知一个线性相位FIR数字滤波器的一个零点为：$2-2j$，则该系统其他零点为（）（）（）。

    答案：$2+2j$，$\frac{1}{2-2j}$，$\frac{1}{2+2j}$

14. 采用双线性变换法将模拟低通滤波器映射变换为数字低通滤波器，其数字频率ω与模拟角频率Ω是（）（线性/非线性）关系。

    答案：非线性

15. 一个线性移不变系统的差分方程如下所示，该系统是否具有严格的线性相位性质（），其群延时为（）。

    $y(n)=x(n)-4x(n-1)+2x(n-2)+5x(n-3)-2x(n-4)+4x(n-5)-x(n-6)$

    答案：是，3

16. 一个因果稳定的离散线性移不变系统，其单位抽样响应函数为$h(n)$，假设系统的输入为$x(n)$，则系统的输出$y(n)$为（）。

    答案：$y(n)=x(n)*h(n)$

17. 一个离散线性移不变系统稳定的充要条件是，该系统的单位抽样响应函数$h(n)$满足（）。

    答案：绝对可积，或$\sum_{n=-\infty}^{\infty}|h(n)|<\infty$

二、判断对错题：（本大题共10小题，每小题1分，共10分）

1. 有限长单位冲激响应（FIR）滤波器的结构一定不存在反馈回路。

答案：错

2. 时间抽取（DIT）基-2 FFT算法输入一定是倒位序，输出一定是自然顺序。

   答案：错

3. 用矩形窗函数法进行FIR数字滤波器设计时，一定会造成吉布斯效应。

   答案：对

4. 最小相位延迟（滞后）系统的系统函数$H(z)$的极点可以在单位圆内，也可以在单位圆外。

   答案：错

5. 序列$x(n)=0.5^n u(n-1)$是因果序列。

   答案：对

6. 采用窗函数设计法设计FIR线性相位数字带通滤波器，其窗函数的长度N可以为奇数或者偶数。

   答案：对

7. 全通系统的零点和极点是关于单位圆镜像对称的。

   答案：对

8. 单位冲激响应$h(n)$为有限长序列的数字滤波器一定具有严格的线性相位特性。

   答案：错

9. 两个有限长序列的线性卷积和圆周卷积一定是相等的。

   答案：错

10. 在时域对连续信号进行抽样得到离散时间信号，其频谱是原连续时间信号的频谱以抽样角频率为周期的周期延拓叠加。

    答案：对

三、证明题：（本大题共2小题，每小题5分，共10分）

1. 系统$H(z)=\frac{1+z^{-1}+0.24z^{-2}}{1-1.3z^{-1}+0.4z^{-2}}$是一个最小相位延迟系统。

   证明：

   最小相位延迟系统的零极点均应该在单位圆内

$$H(z)=\frac{1+z^{-1}+0.24z^{-2}}{1-1.3z^{-1}+0.4z^{-2}}=\frac{(1+0.6z^{-1})(1+0.4z^{-1})}{(1-0.5z^{-1})(1-0.8z^{-1})}$$

极点：$z_1=0.5$；$z_2=0.8$

零点：$z_1=-0.6$；$z_2=-0.4$

均位于单位圆内，故该系统是一个最小相位延迟系统。

2. 若$Z[x(n)]=X(z),R_{x-}<|z|<R_{x+}$，若$a\neq 0$可为实数、复数，则有

$$Z[a^n x(n)]=X(\frac{z}{a}),|a|R_{x-}<|z|<|a|R_{x+}$$

证明：

$$Z[a^n x(n)]=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a^n x(n)z^{-n}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)(\frac{z}{a})^{-n}=X(\frac{z}{a})$$

收敛域为：$R_{x-}<|\frac{z}{a}|<R_{x+}$，即$|a|R_{x-}<|z|<|a|R_{x+}$

四、计算题：（本大题共5小题，每小题10分，共50分）

1. 已知确定序列$x(n)=\{2,1,-1,-2;n=0,1,2,3\}$，$y(n)=\{1,-2,1,2;n=0,1,2,3\}$，试计算

（1）线性卷积$x(n)*y(n)$；

（2）4点圆周卷积$x(n)④y(n)$；

（3）8点圆周卷积$x(n)⑧y(n)$。

解：

（1）（4分）求线性卷积

$$x(n)*y(n)=\{2,-3,-1,5,5,-4,-4;n=0,1,2,3,4,5,6\}$$

（2）（4分）4点循环卷积

利用圆周卷积是线性卷积以4点为周期的周期延拓序列的主值序列，即4点圆周卷积

$$x(n)④y(n)=\left\{\sum_{r=-\infty}^{\infty}y_l(n+4r)\right\}R_4(n)$$

故有：$2+5=7$；$-3+(-4)=-7$；$-1+(-4)=-5$，

4点圆周卷积$x(n)④y(n)=\{7,-7,-5,5;n=0,1,2,3\}$。

（3）（2分）利用圆周卷积是线性卷积以8点为周期的周期延拓序列的主值序列，线性卷积长度为7，故8点圆周卷积的值等于线性卷积的值（7点），再补一个0，即

$$x(n)⑧y(n)=\{2,-3,-1,5,5,-4,-4,0;n=0,1,2,3,4,5,6,7\}$$

2. 一个因果线性移不变系统为

$$y(n)+1.1y(n-1)+0.3y(n-2)=x(n)-0.4x(n-1)$$

（1）求该系统的系统函数$H(z)$，求出$H(z)$的零极点；

（2）指出系统的收敛域，并判定系统的稳定性；

（3）求该系统的单位抽样响应函数$h(n)$。

解：

（1）（3分）对差分方程两端进行z变换，可得

$$Y(z)+1.1z^{-1}Y(z)+0.3z^{-2}Y(z)=X(z)-0.4z^{-1}X(z)$$

经整理后，得

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1-0.4z^{-1}}{1+1.1z^{-1}+0.3z^{-2}}=\frac{1-0.4z^{-1}}{(1+0.5z^{-1})(1+0.6z^{-1})}$$

极点为$z_1=-0.5$，$z_2=-0.6$；零点为$z_1=0.4$，$z_2=0$

（2）（3分）由于该系统是因果系统，因此收敛域为$|z|>0.6$；所有极点都在单位圆内，所以该系统稳定。

（3）（4分）将$H(z)$进行部分分式分解，即

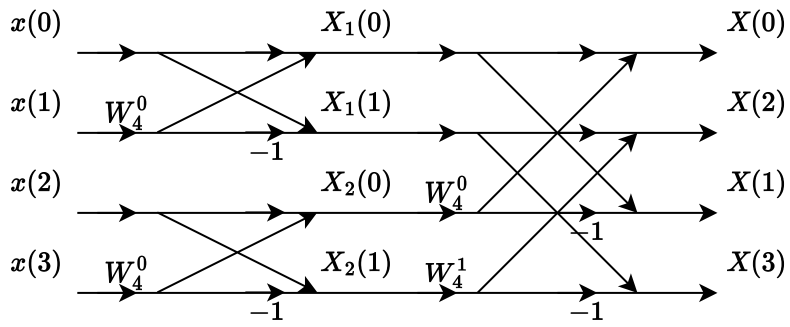
$$H(z)=\frac{-9}{1+0.5z^{-1}}+\frac{10}{1+0.6z^{-1}},|z|>0.6$$

系统的单位抽样响应函数$h(n)$为：$h(n)=-9\times(0.5)^n u(n)+10\times(-0.6)^n u(n)$

3. 画出4点按时间抽取基2 FFT算法的蝶形流图，并利用该蝶形流图求出序列$x(n)=\{1,2,1,-1;n=0,1,2,3\}$的DFT值$X(k)$。

解：

（1）（图5分，未标出输入输出符号扣1-2分，未标出系数和-1扣1-2分）



（2）（求值5分）

$$\begin{aligned}
X_1(0)&=x(0)+W_N^0x(2)=x(0)+x(2)=0\\
X_1(1)&=x(0)-W_N^0x(2)=x(0)-x(2)=2\\
X_2(0)&=x(1)+W_N^0x(3)=x(1)+x(3)=3\\
X_2(1)&=x(1)-W_N^0x(3)=x(1)-x(3)=1\\
X(0)&=X_1(0)+W_N^0X_2(0)=X_1(0)+X_2(0)=0+3=3\\
X(1)&=X_1(1)+W_N^1X_2(1)=X_1(1)-jX_2(1)=2-j\\
X(2)&=X_1(0)-W_N^0X_2(0)=X_1(0)+X_2(0)=0-3=-3\\
X(3)&=X_1(1)-W_N^1X_2(1)=X_1(1)+jX_2(1)=2+j
\end{aligned}$$

故，该序列的DFT为：$X(k)=\{3,2-j,-3,2+j;k=0,1,2,3\}$

4. 一个因果线性移不变系统为$y(n)=0.5y(n-1)-0.06y(n-2)+x(n)-x(n-1)$，画出该系统的级联结构图和并联结构图（以一阶基本阶表示）。

解：

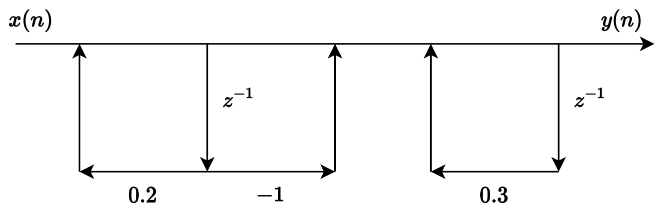
对差分方程进行z变换，可得

$$Y(z)=0.5z^{-1}Y(z)-0.06z^{-2}Y(z)+X(z)-z^{-1}X(z)$$

经整理后，得

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1-z^{-1}}{1-0.5z^{-1}+0.06z^{-2}}=\frac{1-z^{-1}}{(1-0.2z^{-1})(1-0.3z^{-1})}$$

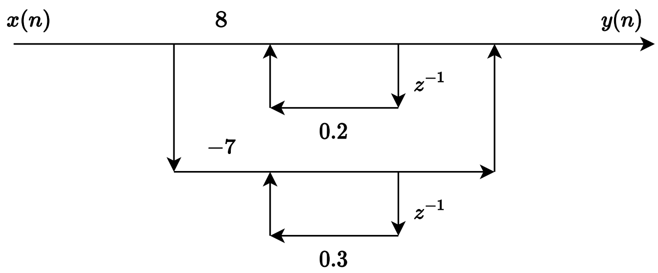
故级联结构图为：（4分）



对$H(z)$进行部分分式分解

$$H(z)=\frac{8}{1-0.2z^{-1}}+\frac{-7}{1-0.3z^{-1}}$$

故并联结构图为：（4分）



5. 试用矩形窗函数设计一个线性相位FIR数字相位高通滤波器，假设窗函数长度$N=17$，通带截止频率为ω_c，

（1）试求该线性相位FIR数字高通滤波器的单位抽样响应$h(n)$；

（2）该高通滤波器的群延时是多少？

解：

（1）（7分）理想高通滤波器的频率响应为：

$$H_d(e^{j\omega})=\begin{cases}e^{-j\omega\tau}, & \omega_c\le|\omega|\le\pi\\ 0, & \text{else}\end{cases}$$

则理想高通滤波器的单位抽样响应$h_d(n)$为：

$$\begin{aligned}h_d(n)&=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}H_d(e^{j\omega})e^{j\omega n}\mathrm{d}\omega=\frac{1}{2\pi}[\int_{-\pi}^{-\omega_c}e^{j\omega(n-\tau)}\mathrm{d}\omega+\int_{\omega_c}^{\pi}e^{j\omega(n-\tau)}\mathrm{d}\omega]\\&=\begin{cases}\frac{1}{\pi(n-\tau)}\{\sin[(n-\tau)\pi]-\sin[(n-\tau)\omega_c]\}, & n\ne\tau\\ \frac{1}{\pi}(\pi-\omega_c)=1-\frac{\omega_c}{\pi}, & n=\tau\end{cases}\end{aligned}$$

故单位抽样响应$h(n)$为：

$$h_d(n)=\begin{cases}\frac{1}{\pi(n-\tau)}\{\sin[(n-\tau)\pi]-\sin[(n-\tau)\omega_c]\}, & n\neq\tau\\ \frac{1}{\pi}(\pi-\omega_c)=1-\frac{\omega_c}{\pi}, & n=\tau\end{cases}, N=0,1,2,\ldots,17$$

（2）（3分）高通滤波器的群延时为：

$$\tau=\frac{N-1}{2}=\frac{17-1}{2}=8$$