第 13 次作业：

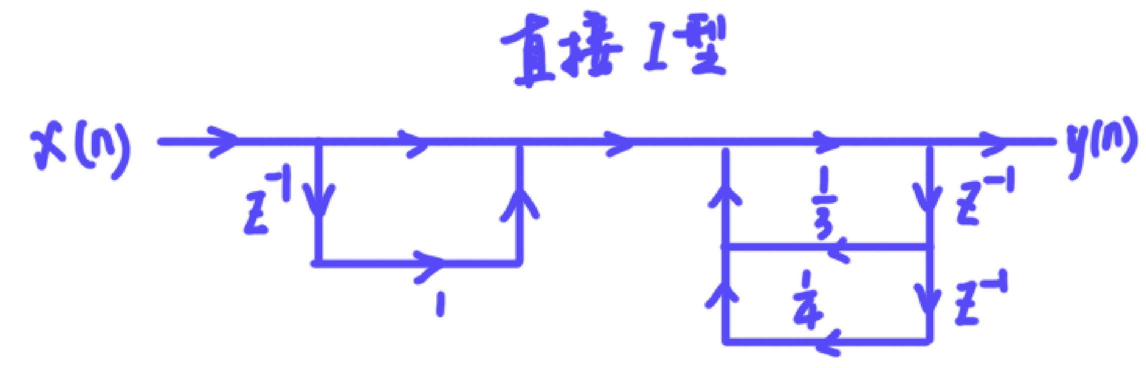
5.6　设滤波器差分方程为 $y(n)=x(n)+x(n-1)+\frac{1}{3}y(n-1)+\frac{1}{4}y(n-2)$，

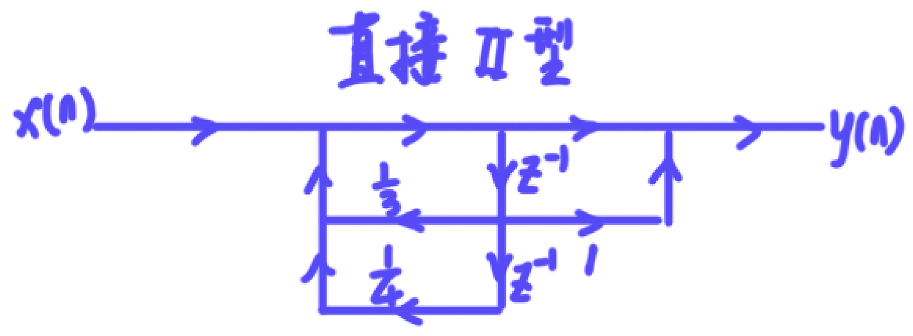
（1）画出直接 I 型、典范型、级联型、并联型（一阶节）

（2）求系统的频率响应（幅度和相位）

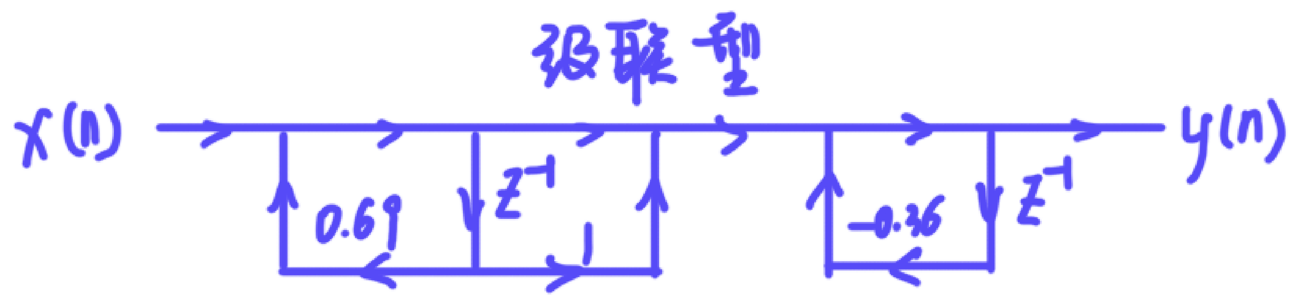
（3）抽样频率为 10kHz，输入为正弦波幅度为 5，频率为 1kHz，求滤波器的稳态输出。

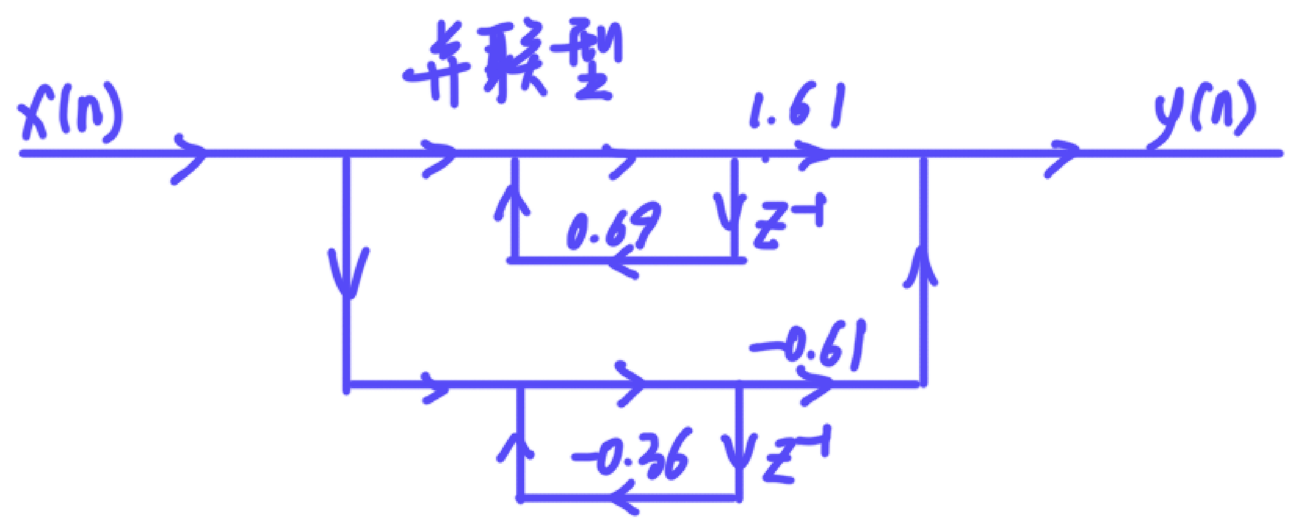
(1)





$$H(z)=\frac{1+z^{-1}}{1-\frac{1}{3}z^{-1}-\frac{1}{4}z^{-2}}=\frac{1+z^{-1}}{(1-0.69z^{-1})(1+0.36z^{-1})}=\frac{1.61}{1-0.69z^{-1}}-\frac{0.61}{1+0.36z^{-1}}$$





(2)

$$H(e^{jw})=\frac{1+e^{-jw}}{1-\frac{1}{3}e^{-jw}-\frac{1}{4}e^{-2jw}}=\frac{(1+\cos w)-j\sin w}{1-\frac{1}{3}\cos w-\frac{1}{4}\cos 2w+j(\frac{1}{3}\sin w+\frac{1}{4}\sin 2w)}$$

幅度　$|H(e^{jw})|=\frac{\sqrt{(1+\cos w)^2+\sin^2 w}}{\sqrt{(1-\frac{1}{3}\cos w-\frac{1}{4}\cos 2w)^2+(\frac{1}{3}\sin w+\frac{1}{4}\sin 2w)^2}}$

相位　$\arg[H(e^{jw})]=-\arctan\left(\frac{\sin w}{1+\cos w}\right)-\arctan\left(\frac{\frac{1}{3}\sin w+\frac{1}{4}\sin 2w}{1-\frac{1}{3}\cos w-\frac{1}{4}\cos 2w}\right)$

(3) 输入 $x(t)=5\sin(2\pi t\cdot 10^3)$

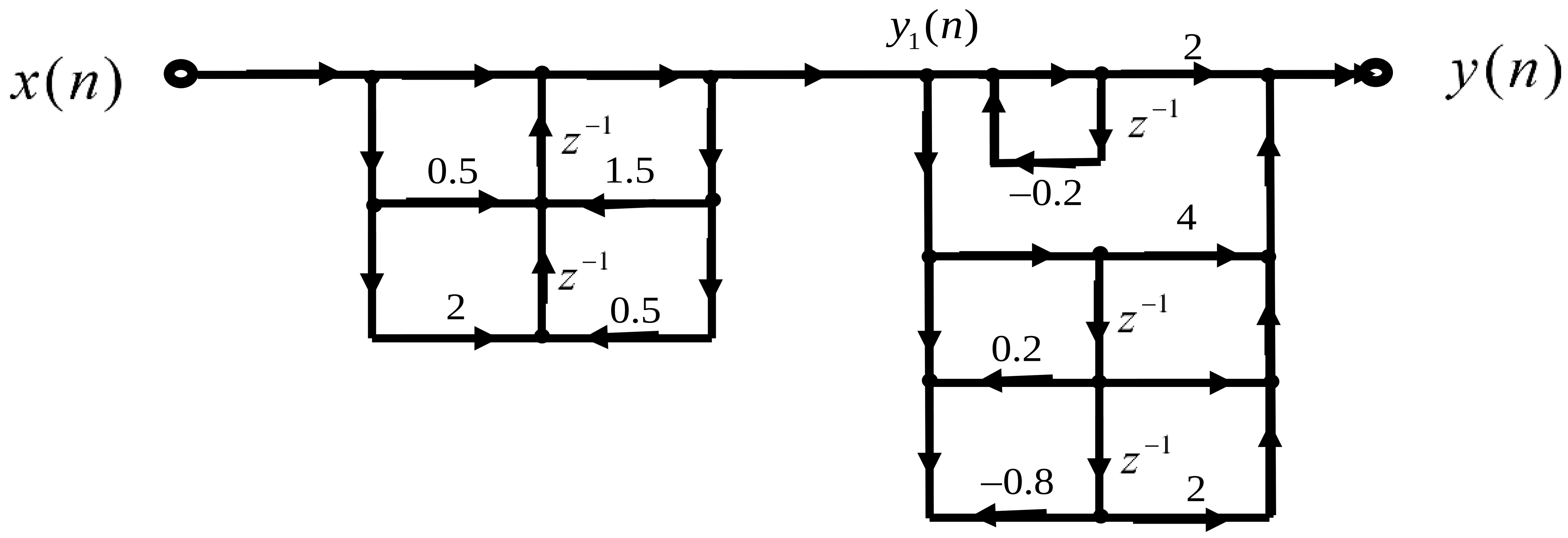
$x(n)=5\sin(2\pi\cdot 10^3\cdot 10^{-4}n)=5\sin(\frac{1}{5}n\pi)$

$w_0=0.2\pi$

$y(n)=5\,|H(e^{jw_0})|\,\sin[w_0 n+\arg(H(e^{jw_0}))]$

$=12.13\sin(0.2\pi n-0.90)$

5.7　写出下图所示结构的系统函数。



$$Y_1(z)=\frac{1+0.5z^{-1}+2z^{-2}}{1+1.5z^{-1}+0.5z^{-2}}X(z),\quad Y(z)=\frac{4+z^{-1}+2z^{-2}}{1-0.2z^{-1}+0.8z^{-2}}Y_1(z)+2\frac{1}{1+0.2z^{-1}}Y_1(z)$$

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1+0.5z^{-1}+2z^{-2}}{1+1.5z^{-1}+0.5z^{-2}}\left(\frac{4+z^{-1}+2z^{-2}}{1-0.2z^{-1}+0.8z^{-2}}+2\frac{1}{1+0.2z^{-1}}\right)$$