

第3次作业:

1.11 一个 LSI 系统的单位冲激响应为 $h(n) = a^n u(n)$, a 为实数, $0 < a < 1$, 设输入为 $x(n) = b^n u(n)$, b 为实数, $0 < b < 1$, 试求 $x(n)$ 通过 $h(n)$ 系统后的输出 $y(n) = (d_1 a^n + d_2 b^n) u(n)$ 的形式。

$$\begin{aligned} y(n) &= x(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^n x(m) h(n-m) = \sum_{m=-\infty}^n b^m u(m) \cdot a^{n-m} u(n-m) \\ &= \sum_{m=0}^n b^m \cdot a^{n-m} = a^n \sum_{m=0}^n \left(\frac{b}{a}\right)^m \\ &= \begin{cases} (n+1) a^n u(n), & a=b \\ \left(\frac{a}{a-b} a^n + \frac{b}{a-b} b^n\right) u(n), & a \neq b. \end{cases} \end{aligned}$$

1.15 有一个理想抽样系统, 抽样频率为 $\Omega_s = 6\pi$, 抽样后经理想低通滤波器 $H_a(j\Omega)$ 还原, 其中,

$$H_a(j\Omega) = \begin{cases} 0.5, & |\Omega| < 3\pi \\ 0, & |\Omega| \geq 3\pi \end{cases},$$

今有两个输入 $x_{a1}(t) = \cos(2\pi t)$, $x_{a2}(t) = \cos(6\pi t)$, 问输出信号 $y_{a1}(t)$, $y_{a2}(t)$ 有无失真? 为什么?

$$\begin{aligned} \Omega_s &= 6\pi, f_s = 3 \\ \Omega_{a1} &= 2\pi, f_{a1} = 1, f_s > 2f_{a1}, \text{无失真} \\ \Omega_{a2} &= 6\pi, f_{a2} = \frac{3}{2}, f_s < 2f_{a2}, \text{有失真} \end{aligned}$$