

第 7 次作业:

2.18 研究一个输入为 $x(n]$ 和输出为 $y(n]$ 的离散时间线性移不变系统, 已知它满足

$y(n-1) - \frac{10}{3}y(n) + y(n+1) = x(n)$, 已知该系统是稳定的, 试求其单位抽样响应。

作 Z 变换: $\frac{Y(z)}{z} - \frac{10}{3}Y(z) + zY(z) = X(z)$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z}{(z-3)(z-\frac{1}{3})}$$

$$\frac{H(z)}{z} = \frac{3}{8} \frac{1}{z-3} - \frac{3}{8} \frac{1}{z-\frac{1}{3}}, \quad \frac{1}{3} < |z| < 3$$

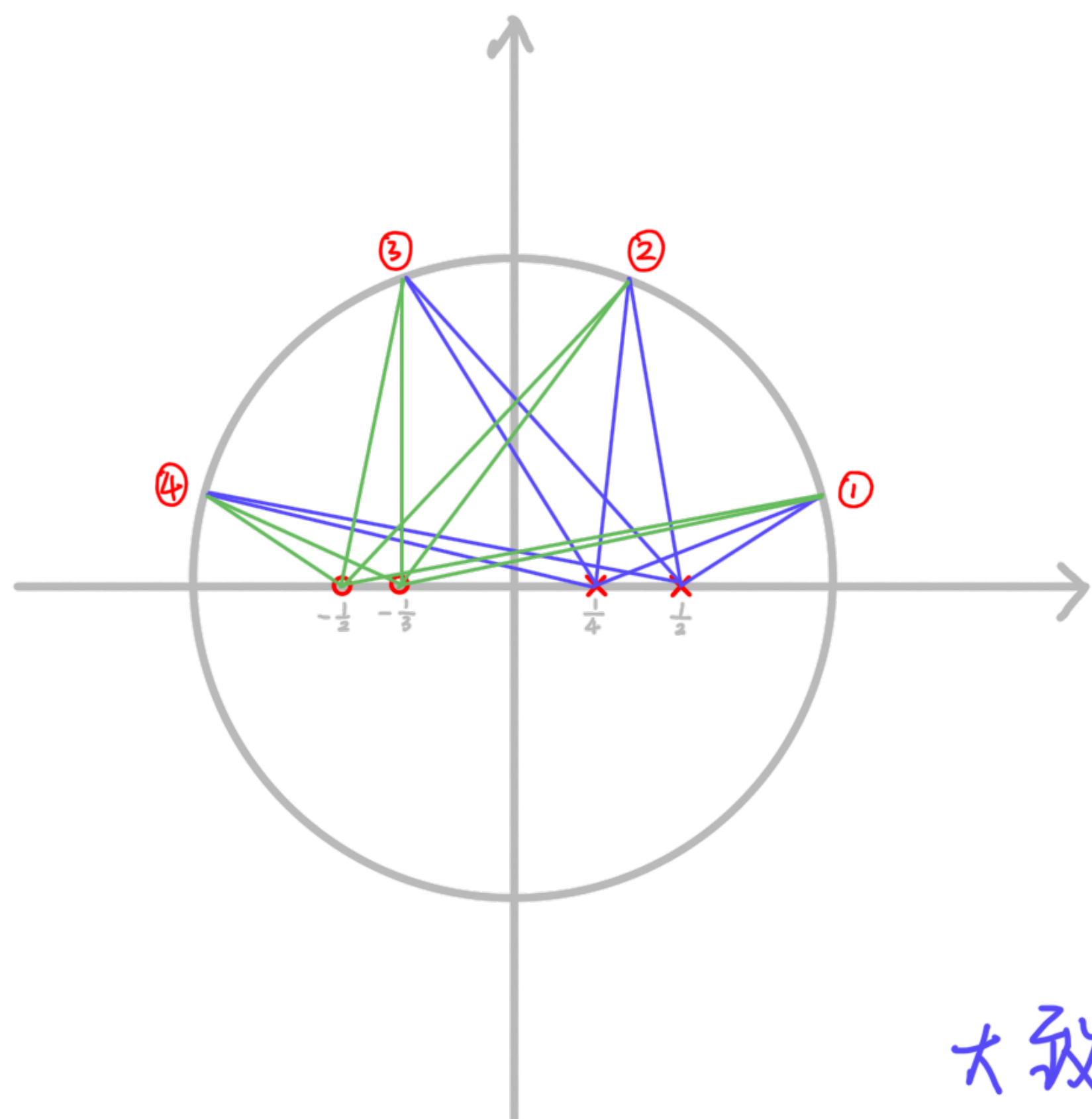
$$\text{故 } h(n) = -\frac{3}{8} \left[\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n) + 3^n u(-n-1) \right]$$

补充题: 已知一个 IIR 数字滤波器的系统函数为 $H(z) = \frac{6z^2 - 5z + 1}{8z^2 + 6z + 1}$, 试用几何作图法判断该滤波器试判断该滤波

器的类型 (低通、高通、带通、带阻)。

$$H(z) = \frac{(-2z+1)(-3z+1)}{(2z+1)(4z+1)} = \frac{6(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{3})}{8(z+\frac{1}{2})(z+\frac{1}{4})}$$

零点: $-\frac{1}{2}$ 和 $-\frac{1}{3}$
极点: $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{4}$

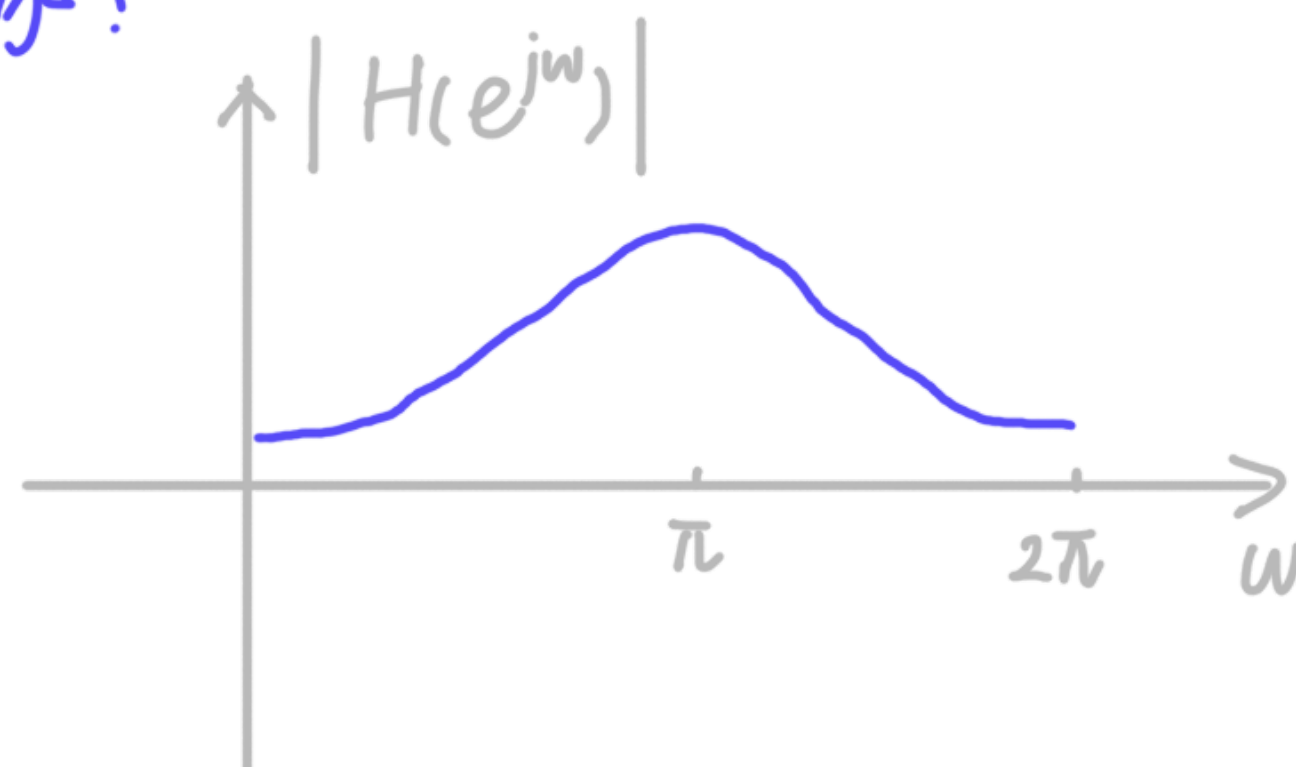


① → ② → ③ → ④: $(e^{jw} - \frac{1}{2})(e^{jw} - \frac{1}{3})$ 递增
 $(e^{jw} + \frac{1}{2})(e^{jw} + \frac{1}{4})$ 递减

故 w 在 $[0, \pi)$, $H(e^{jw})$ 递增.

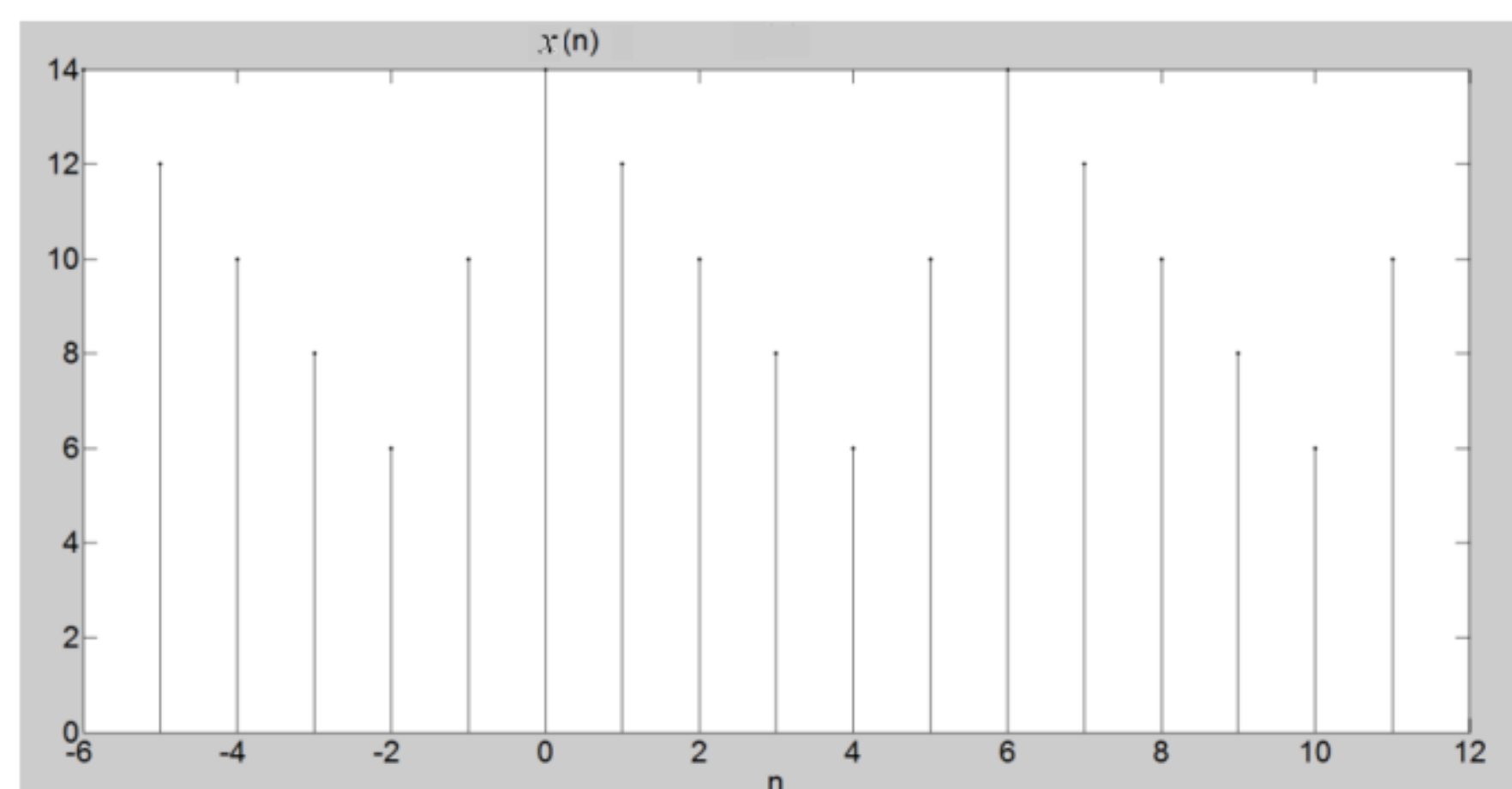
由对称性, w 在 $[\pi, 2\pi)$, $H(e^{jw})$ 递减

大致图像:



是带通滤波器.

3.1 如图，序列 $x(n]$ 是周期为 6 的周期性序列，试求其傅里叶级数的系数。



$$\tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^5 \tilde{x}(n) W_6^{nk} = \sum_{n=0}^5 \tilde{x}(n) e^{-j\frac{2\pi}{6}nk}$$

$$= 14 + 12e^{-j\frac{2\pi}{6}k} + 10e^{j\frac{2\pi}{6}2k} + 8e^{-j\frac{2\pi}{6}3k} + 6e^{-j\frac{2\pi}{6}4k} + 10e^{-j\frac{2\pi}{6}5k}$$

$$\text{则 } \tilde{X}(0) = 60, \quad \tilde{X}(1) = 9 - j3\sqrt{3}, \quad \tilde{X}(2) = 3 + j\sqrt{3}$$

$$\tilde{X}(3) = 0, \quad \tilde{X}(4) = 3 - j\sqrt{3}, \quad \tilde{X}(5) = 9 + j3\sqrt{3}$$