第 15 次作业：

6.1　**设线性移不变系统的差分方程为：**

$$y(n)=ay(n-1)-x(n)-bx(n-1)$$

试确定能使该系统成为全通系统的 b 值（$b\neq a$）

$$Y(z)=az^{-1}Y(z)-X(z)-bz^{-1}X(z)$$

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{-1-bz^{-1}}{1-az^{-1}}=\frac{-(z+b)}{z-a}$$

则 $-b\cdot a=1$，$b=-\frac{1}{a}$

6.2　给出下列三个二阶系统，哪一个是最小相位系统？最大相位系统？混合系统？画出三个系统的零极点图，其中：$a=-0.5,\ b=0.7$。

$$H_1(z)=\frac{(z^{-1}-a)(z^{-1}-b)}{1-1.2021z^{-1}+0.7225z^{-2}}$$

$$H_2(z)=\frac{(1-az^{-1})(1-bz^{-1})}{1-1.2021z^{-1}+0.7225z^{-2}}$$

$$H_3(z)=\frac{(1-az^{-1})(z^{-1}-b)}{1-1.2021z^{-1}+0.7225z^{-2}}$$

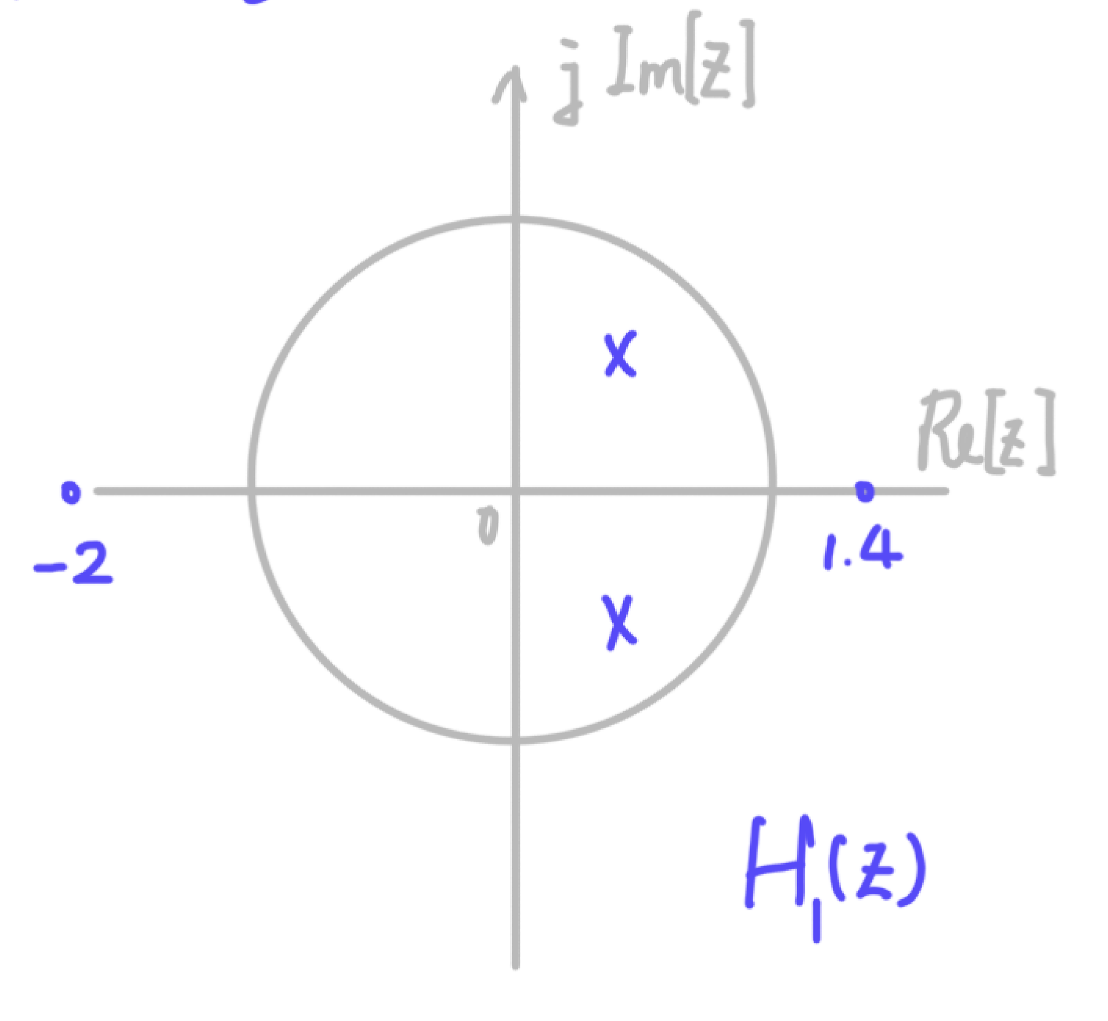
$$1-1.2021z^{-1}+0.7225z^{-2}=(1-0.425e^{\frac{j\pi}{4}}z^{-1})(1-0.425e^{-\frac{j\pi}{2}}z^{-1})$$

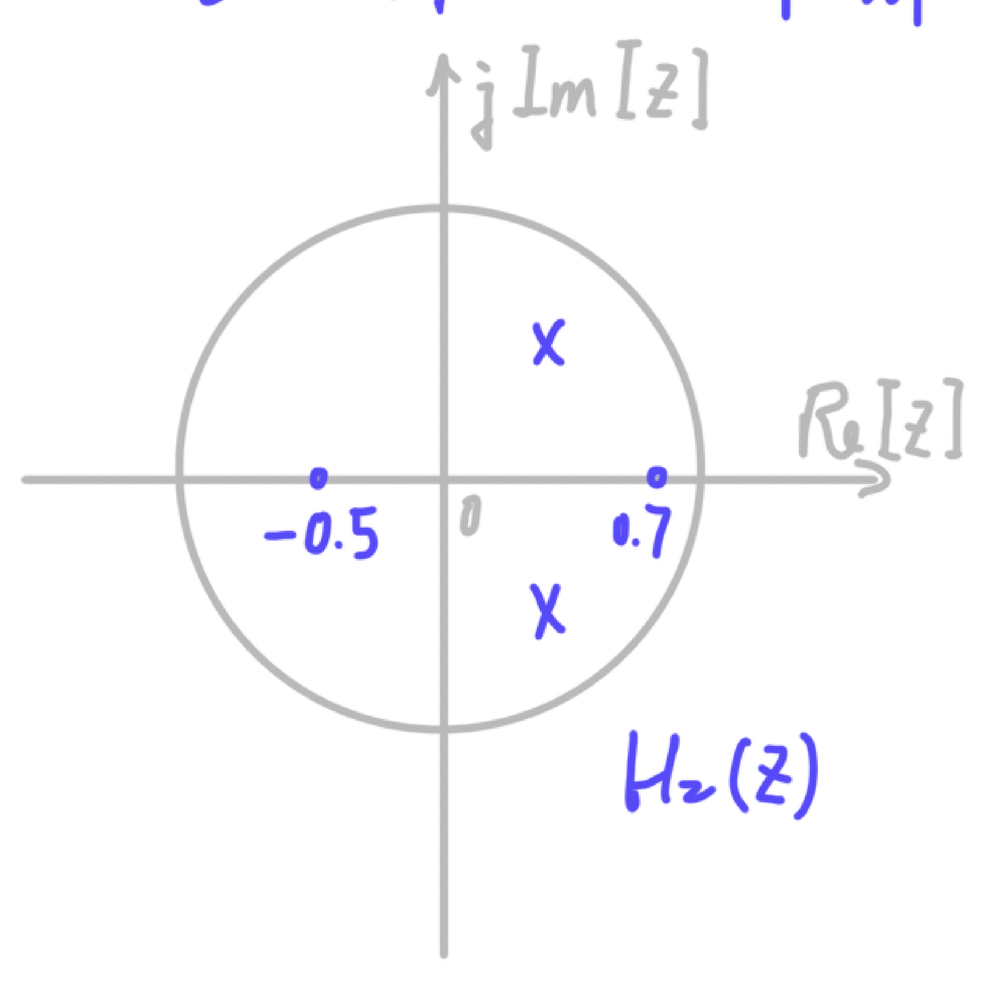
故三个系统的极点均为 $z_p=0.425e^{\pm\frac{j\pi}{4}}$，$|z_p|<1$

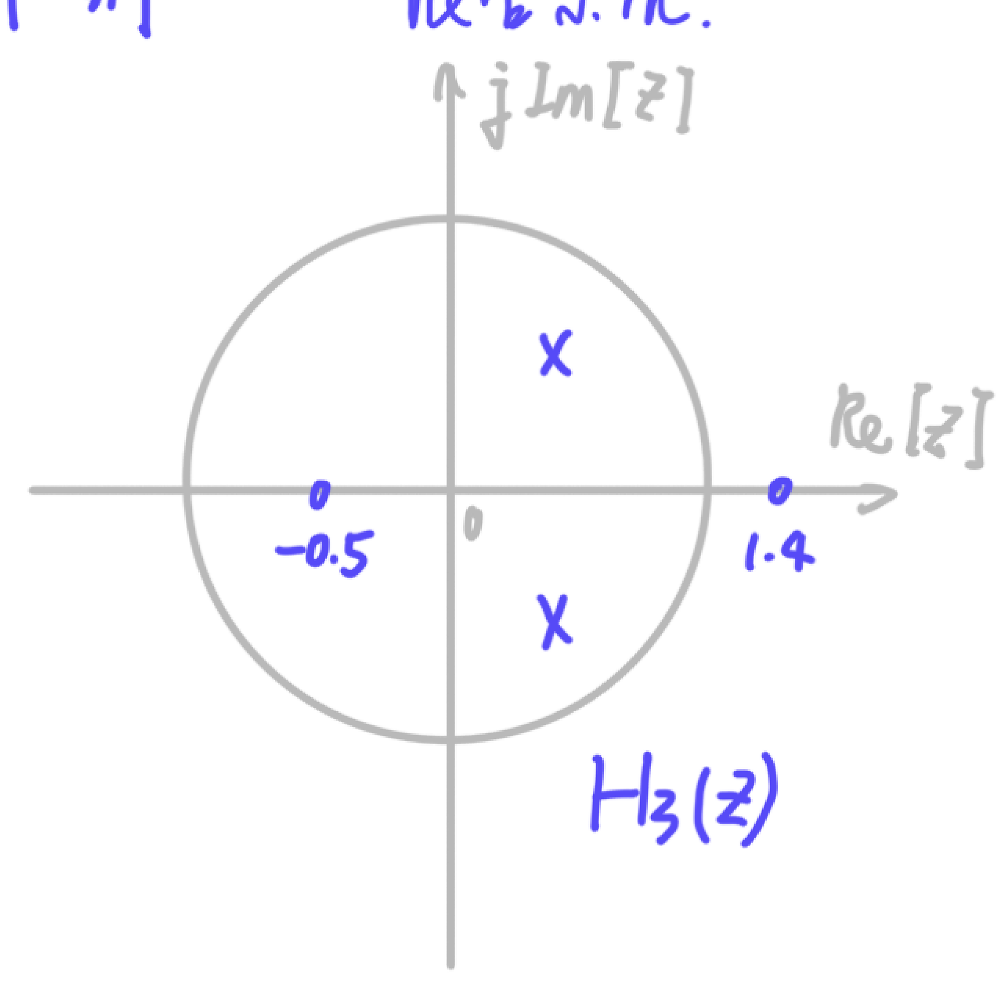
$H_1(z)$ 的零点为 $z_{10}=\frac{1}{a}=\frac{1}{-0.5}=-2$，$z_{11}=\frac{1}{b}=\frac{1}{0.7}\approx 1.4$　$|z_{10}|>1$，$|z_{11}|>1$ 最大相位系统.

$H_2(z)$ 的零点为 $z_{20}=a=-0.5$，$z_{21}=b=0.7$　$|z_{20}|<1$，$|z_{21}|<1$　最小相位系统.

$H_3(z)$ 的零点为 $z_{31}=a=0.5$，$z_{31}=\frac{1}{b}=\frac{1}{0.7}\approx 1.4$　$|z_{30}|<1$，$|z_{31}|>1$　混合系统.







6.10　用冲激响应不变法将$H_a(s)$变换为$H(z)$，抽样周期为 T，$H_a(s)=\dfrac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$。

$$H_a(s) = \frac{s+a}{(s+a)^2+b} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{s+a+jb} + \frac{1}{s+a-jb}\right]$$

$$h_a(t) = \frac{1}{2}\left[e^{-(a+jb)t} + e^{-(a-jb)t}\right]u(t)$$

$$h(n) = T h_a(nT) = \frac{T}{2}\left[e^{-(a+jb)nT} + e^{-(a-jb)nT}\right]u(n)$$

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n) z^{-n}$$

$$= \frac{T}{2}\left[\frac{1}{1-e^{-aT}e^{-jbT}z^{-1}} + \frac{1}{1-e^{-aT}e^{jbT}z^{-1}}\right]$$