第 4 次作业：

2.1 求以下序列的 z 变换，画出零极点图和收敛域

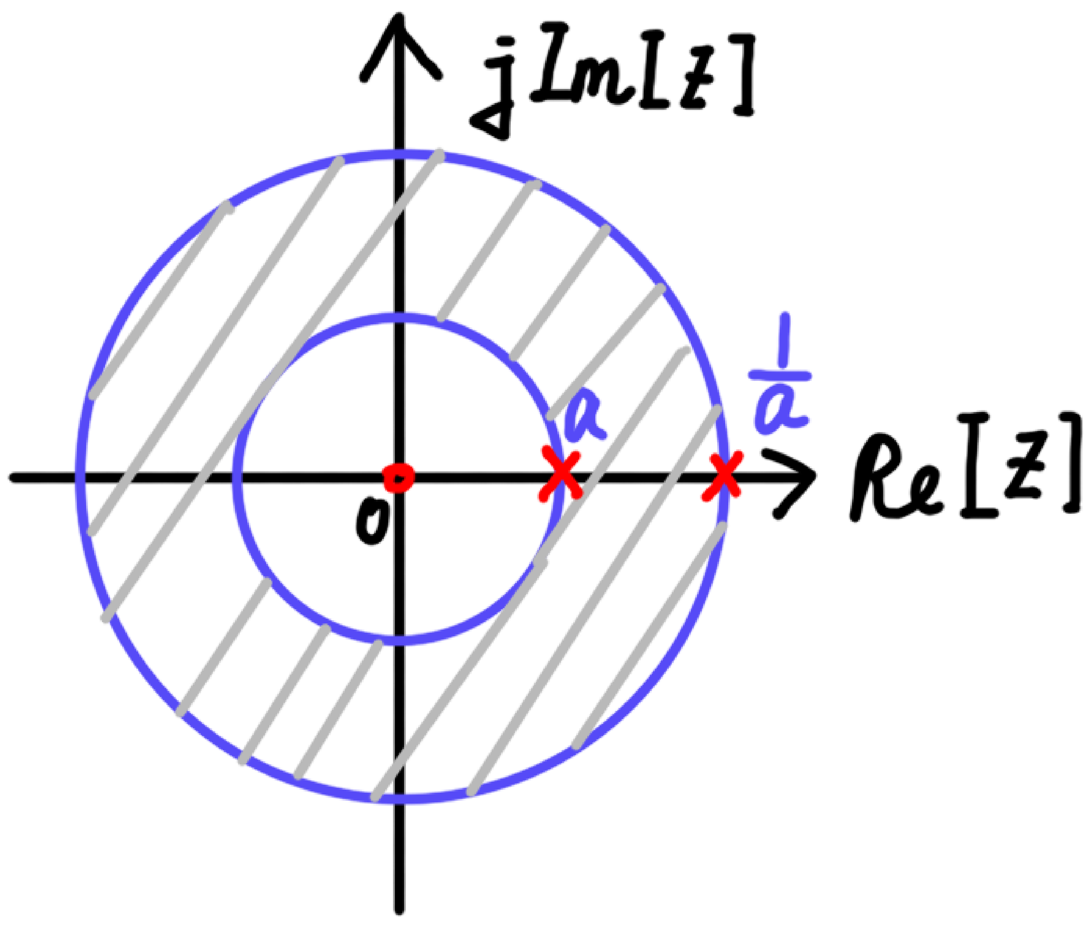
(1) $x(n)=a^{|n|}$

$$x(n)=\begin{cases} a^{-n}, & n<0 \\ a^{n}, & n\geq 0 \end{cases}, \quad \mathcal{Z}[x(n)]=\sum_{n=-\infty}^{-1} a^{-n}z^{-n}+\sum_{n=0}^{\infty} a^{n}z^{-n}=-\frac{z}{z-\frac{1}{a}}+\frac{z}{z-a}$$

$$=\frac{\left(a-\frac{1}{a}\right)z}{\left(z-\frac{1}{a}\right)(z-a)} \qquad |a|<|z|<\left|\frac{1}{a}\right|$$

极点：$z=a,\ z=\frac{1}{a}$ ；

零点：$z=0,\ z=\infty$.



2.3 利用部分分式法求以下 $X(z)$ 的 z 反变换。

(4) $X(z)=\dfrac{1-\frac{1}{4}z^{-1}}{1-\frac{8}{15}z^{-1}+\frac{1}{15}z^{-2}}$, $\quad \frac{1}{5}<|z|<\frac{1}{3}$

$$X(z)=\frac{15}{4}\cdot\frac{z(4z-1)}{15z^{2}-8z+1}=\frac{z(4z-1)}{(3z-1)(5z-1)}\cdot\frac{15}{4}$$

$$\frac{X(z)}{z}=\frac{15}{4}\left[\frac{\frac{1}{2}}{3z-1}+\frac{\frac{1}{2}}{5z-1}\right]=\frac{1}{8}\left[\frac{5}{z-\frac{1}{3}}+\frac{3}{z-\frac{1}{5}}\right]$$

则 $x(n)=\mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{X(z)}{z}\right]=-\frac{5}{8}\left(\frac{1}{3}\right)^{n}u(-n-1)+\frac{3}{8}\left(\frac{1}{5}\right)^{n}u(n)$